

---

## Funciones de producción, análisis de economías a escala y eficiencia técnica en el eje cafetero colombiano: una aproximación con frontera estocástica

Jorge Andrés Perdomo y Darrell Lee Hueth

### RESUMEN

El objetivo principal de este estudio consiste en estimar distintas formas (convencionales y flexibles) funcionales de producción cafetera en Colombia, mediante frontera estocástica. Con los resultados, calcular y analizar las economías a escala por unidad cafetera (productores pequeños, medianos, grandes y sector general cafetero), así como obtener y evaluar la eficiencia técnica de los caficultores ubicados en Caldas, Quindío y Risaralda.

### ABSTRACT

This article is an empirical study about flexible and conventional functional forms of coffee production, minflex Laurent Translog function econometrically has been established in Colombia coffee zone for the farm size (smallholders, medium and large farms, general sector), using a stochastic frontier model through standard maximum likelihood method. Likewise, their returns to scale and technical efficiency were derived.

**Palabras clave:** función de producción cafetera, pequeños; medianos; grandes y sector general de caficultores, frontera estocástica de producción, economías a escala, eficiencia técnica.



---

# Funciones de producción, análisis de economías a escala y eficiencia técnica en el eje cafetero colombiano: una aproximación con frontera estocástica<sup>1</sup>

Jorge Andrés Perdomo y Darrell Lee Hueth<sup>2</sup>

## INTRODUCCIÓN

Colombia es el tercer productor cafetero y principal agricultor de café arábica lavado mundial (Banco Mundial, 2002). Desde 1870 empezó a desarrollar su producción comercial y actualmente representa el 2% del producto interno bruto nacional (PIB). Según la Federación Nacional de Cafeteros de Colombia, existen aproximadamente 560.000 fincas dedicadas a cultivar café y en estas se encuentran pequeños<sup>4</sup>(minifundistas), medianos<sup>5</sup> (campesinos) y grandes productores<sup>6</sup> (empresariales).

Razón por la cual, el sector es importante en la economía, cultura y ámbito social colom-

biano. Bajo estas circunstancias y para determinar adecuadamente las economías a escala, por unidad de producción (pequeños, medianos, grandes y sector general), establecer la eficiencia técnica (ET) y diseñar con los resultados recomendaciones que puedan mejorar la productividad en la actividad, el objetivo principal del estudio consiste en estimar, mediante frontera estocástica (FE), la forma funcional de producción cafetera en los departamentos de Caldas, Quindío y Risaralda (Colombia).

Lo anterior, porque en el eje cafetero colombiano falta información estadística microeconómica sobre la actividad que limita la

---

<sup>1</sup> Para efectos de citación citar la Revista Colombiana de Estadística. Publicado por primera vez en la Revista Colombiana de Estadística, Junio 2011, Volumen 34, No 2, pp. 377 a 402

<sup>2</sup> Jorge Andrés Perdomo: Profesor de Econometría, Facultad de Economía, Universidad de los Andes, Colombia, e-mail: jor-perd@uniandes.edu.co, jperdomo@teknidataconsultores.com . Dirección postal: Carrera 1 No.18<sup>o</sup>-10 Edificio W, piso siete, Bogotá, Colombia.

Darrell Lee Hueth: Profesor Emérito, Departamento de Economía Agrícola y Recursos Naturales, Universidad de Maryland, Estados Unidos, 2200 Symons Hall, College Park, MD 20742, U.S.A. e-mail: dhueth@arec.umd.edu.

<sup>3</sup> Corresponde a los autores: agradecemos al profesor Andrés L. Medaglia (profesor asociado al Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Los Andes) por los comentarios brindados a nuestro trabajo. Igualmente a los cuatro árbitros que con su trabajo voluntario, cuidadoso y observaciones constructivas contribuyeron sin duda a mejorar el resultado final del presente artículo significativamente. Finalmente a Tania Paola Barraza Gonzalez (Matemática de la Universidad de Atlántico-Barranquilla) por realizar voluntariamente la edición final del documento en LaTeX.

<sup>4</sup> El 64% de los caficultores son minifundistas con menos de media hectárea sembrada en café (Comisión de Ajuste de la Institucionalidad Cafetera, 2002, pág. 17).

<sup>5</sup> El 31% de los productores corresponden a unidades empresariales cafeteras campesinas con un promedio de 2,2 hectáreas sembradas en café (Comisión de Ajuste de la Institucionalidad Cafetera, 2002, pág. 17).

<sup>6</sup> Los cafeteros empresariales son el 5% del total de unidades productivas, con fincas que fluctúan entre 7 y 35 hectáreas cultivadas en café (Comisión de Ajuste de la Institucionalidad Cafetera, 2002, pág. 17).

---

elaboración de un diagnóstico y análisis microeconómico confiable del sector y caficultores colombianos. Por consiguiente, disminuye las probabilidades de éxito para cualquier estrategia dirigida a ellos. Así, profundizar el tema permitirá diseñar políticas y programas institucionales acertados y pertinentes (García & Ramírez, 2002, pág. 74). Adicionalmente, en la zona existen hipótesis sobre fragmentación de tierras cafeteras y diversificación de cultivos (Guhl, 2004, pág. 141).

Todos estos factores posiblemente están disminuyendo la eficiencia, productividad y competitividad del grano en Colombia; ocasionando altos costos de producción, comparado con Vietnam y Brasil. Por consiguiente, para el diseño de políticas apropiadas al sector debe estimarse una función de producción cafetera correcta desde la perspectiva microeconómica y econométrica. En este sentido, conviene especificar una forma funcional adecuada que no afecte significativamente los resultados y análisis de las economías a escala y eficiencia técnica, obtenidas mediante el método paramétrico de frontera estocástica (Konstantinos, Kien, & Vangelis, 2003).

Finalmente, para alcanzar estadística y econométricamente lo expuesto, el documento se encuentra dividido de la siguiente manera: la sección II, comprende el estado del arte mediante una revisión literaria nacional e internacional en el tema. La sección III, presenta el marco teórico y metodológico con los aspectos más destacados sobre formas funcionales de producción y frontera estocástica. La sección IV, contiene resultados empíricos y por último en la V están expuestas las conclusiones y sugerencias derivadas del trabajo.

## LITERATURA RELACIONADA

La literatura sobre eficiencia productiva o técnica en la actividad cafetera colombiana está surgiendo (Perdomo, 2006; Perdomo & Hueth, 2010). Igualmente, la técnica de frontera estocástica (FE) no ha sido aplicada en el sector con el fin de estimar formas funcionales de producción, economías a escala y eficiencia técnica, para diseñar políticas que ayuden a mejorar los rendimientos en el cultivo del grano. No obstante, Perdomo *et al.* (2007) y Perdomo y Mendieta (2007) obtuvieron la eficiencia técnica y asignativa mediante el método no paramétrico DEA (análisis envolvente de datos) en la zona cafetera de Colombia. Para nuestro conocimiento, hay pocos estudios nacionales al respecto.

Sin embargo, internacionalmente existe una amplia investigación empírica sobre la eficiencia económica de agricultores para países desarrollados y en desarrollo utilizando FE (Kumbhakar, 1993; Battese & Broca, 1991; Reinhard *et al.*, 1999; Thanda & Matthias, 1999; Donnell & Griffiths, 2006; Lohr & Park, 2006). Aunque en producción cafetera la evidencia empírica indica que para medir eficiencia los autores se han centrado especialmente en especificar y estimar funciones translogarítmica y Cobb-Douglas (Coelli & Fleming, 2003; Saravia, 2007; Wollni, 2007, Cárdenas *et al.*, 2005).

Por consiguiente, sólo dos estudios llevados a cabo en las fincas de olivo griegas (Konstantinos, Kien, & Vangelis, 2003) y agricultura de Estados Unidos (Ornelas, Shumway, & Ozuna, 1994) consideraron los efectos sobre la medidas de economías a escala y eficiencia obtenidas desde la técnica paramétrica de

frontera estocástica por elegir formas funcionales de producción inapropiadas. Análisis, que no ha sido realizado nacional e internacionalmente en producción cafetera, como consecuencia estos trabajos están estrechamente relacionados con nuestro documento. Finalmente, mediante análisis envolvente de datos (DEA), Joachim *et al.* (2003), Ríos y Shively (2005) y Mosheim (2002) estimaron la eficiencia técnica en fincas productoras de café en Costa de Marfil (África), Vietnam y Costa Rica, respectivamente.

## FUNCIONES DE PRODUCCIÓN Y FRONTERA ESTOCÁSTICA

Esta sección comprende el marco teórico microeconómico y metodológico sobre frontera estocástica para analizar la producción por unidad productiva y sector cafetero colombiano. Así, la relación entre la cantidad de insumos (hectáreas cultivadas  $-x_{1i}$ -, mano de obra utilizada  $-x_{2i}$ -, maquinaria requerida  $-x_{3i}$ - y fertilizantes aplicados  $-x_{4i}$ -) y producción de café ( $q_i$ , cantidad de café en arrobas para el año 2003)<sup>7</sup> bajo formas funcionales convencionales<sup>8</sup> y flexibles (Diewert, 1974) pueden apreciarse en el Cuadro 1<sup>9</sup>.

Donde  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  y  $\beta_4$  describen a nivel general los respectivos parámetros en cada modelo; sin embargo, su valor e interpretación difiere en cada función. Por ejemplo,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  y  $\beta_4$  toma distintos valores e interpretaciones entre la formas Cobb-Douglas, cuadrática generalizada o cuadrática raíz cuadrada, significando elasticidades en la primera mientras en las generalizadas carece de definición por ser funciones no lineales. Igualmente, es importante resaltar que los valores y signos de los coeficientes estimados de las funciones no lineales (convencionales y flexibles) carecen de interpretación directa.

Adicionalmente, tampoco puede inferirse algún tipo de conclusión sobre la intensidad y relevancia entre un insumo y café producido si los signos parciales de los parámetros estimados resultan negativos en los términos cuadráticos e interacciones y estadísticamente no significativos. Ante esto, para las funciones no lineales (convencionales y flexibles) deben calcularse los efectos marginales, elasticidades y economías a escala con su respectiva desviación estándar<sup>10</sup>, y así determinar la importancia y relación (directa o inversa, parcial y conjunta) entre los insumos y producción

<sup>7</sup> El subíndice  $i$  define el corte transversal y tamaño de la muestra, desde la finca 1 hasta la 999 ( $i=1,2,\dots,999$ ), para los insumos ( $x_{1i}$ ,  $x_{2i}$ ,  $x_{3i}$  y  $x_{4i}$ ) y producción ( $q_i$ ) especificados.

<sup>8</sup> Generalmente simplifica el modelo mediante el análisis de uno o dos insumos ( $x_{1i}$  y  $x_{2i}$ ).

<sup>9</sup> Asumiendo dos insumos de producción ( $x_{1i}$  y  $x_{2i}$ ) para simplificar y facilitar su comprensión, teniendo en cuenta que la evidencia empírica expuesta en la sección IV implicó los cuatro principales insumos empleados en el cultivo de café (hectáreas cultivadas  $-x_{1i}$ -, mano de obra utilizada  $-x_{2i}$ -, maquinaria requerida  $-x_{3i}$ - y cantidad de fertilizantes aplicados  $-x_{4i}$ -). Igualmente, en el Cuadro 1,  $\ln$  describe el logaritmo natural de la respectiva variable.

<sup>10</sup> Como ejemplo para  $x_{1i}$  y  $x_{2i}$ , los efectos marginales y elasticidades están dados por  $\frac{\partial q_i}{\partial x_{1i}}$  y  $\frac{\partial q_i}{\partial x_{2i}}$  y  $\frac{\partial q_i}{\partial x_{1i}} \frac{\bar{x}_{1i}}{\bar{q}_i}$  y  $\frac{\partial q_i}{\partial x_{2i}} \frac{\bar{x}_{2i}}{\bar{q}_i}$ , respectivamente; la

economía a escala es concebida de sumar las elasticidades parciales, por consiguiente si es mayor a uno exhibe rendimientos crecientes, menor a uno decrecientes e igual a uno constantes a escala. Una vez los resultados, la significancia estadística de las elasticidades puede inferirse con el respectivo valor de la desviación estándar asociada a cada coeficiente implicado en su cálculo y multiplicado respectivamente por los valores promedios ( $\bar{x}_{1i}$  y  $\bar{x}_{2i}$ ) de las variables involucradas en el mismo; véase más detalles en Greene (2002, 104) y apéndice de este documento.

cafetera (Greene, 2002, págs. 103-104). Prosiguiendo la descripción del Cuadro 1,  $\theta$  y  $\lambda$  son los coeficientes de transformación no lineales para la función cuadrática generalizada Box-Cox y  $\rho$  representa el parámetro de sustitución, cuyo valor determina la elasticidad de sustitución constante (ESC o  $\sigma$ ) en su presentación convencional y flexible (Chiang, 1984, pág. 426).

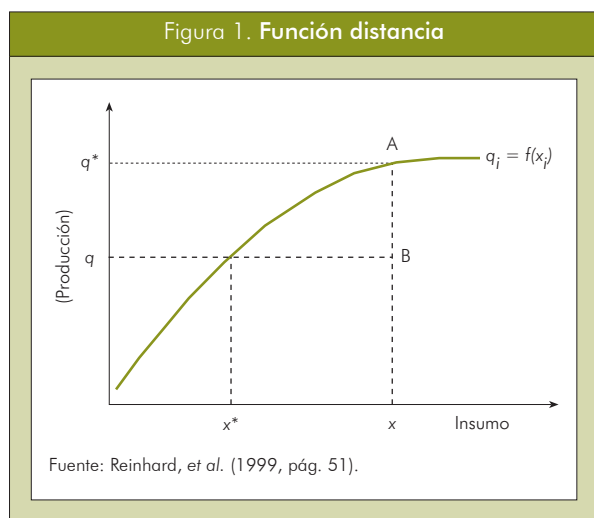
Por consiguiente, con los datos microeconómicos (insumo-producción) disponibles sobre los caficultores en el eje cafetero colombiano y mediante el método de frontera estocástica pueden estimarse las formas funcionales exhibidas en el Cuadro 1, y con sus resultados determinar las economías a escala y eficiencia técnica para los pequeños, medianos, grandes y sector general de cafeteros.

Cuadro 1. Funciones de producción convencionales y flexibles

Funciones de producción convencionales	
Proporciones fijas - Leontief	$(\sigma = 0, \rho \rightarrow -\infty): q_i = \min(\beta_1 x_{1i}, \beta_2 x_{2i}) \Rightarrow \beta_1, \beta_2 > 0, ESC(\sigma)$
Cobb-Douglas (CD)	$(\sigma = 1, \rho = 0): q_i = f(x_{1i}, x_{2i}) = \beta_0 x_{1i}^{\beta_1} x_{2i}^{\beta_2} \Rightarrow \beta_0, \beta_1, \beta_2 > 0$
ESC (Elasticidad de Sustitución Constante, $\sigma$ )	$q_i = f(x_{1i}, x_{2i}) = [\beta_1 x_{1i}^\rho + \beta_2 x_{2i}^\rho]^{\frac{1}{\rho}} \Rightarrow \rho \leq 1, \rho \neq 0, \rho \rightarrow -\infty, \sigma > 0$
Cuadrática	$q_i = f(x_{1i}, x_{2i}) = \beta_1 x_{1i} x_{2i} + \beta_2 x_{1i}^2 + \beta_3 x_{2i}^2$
Funciones de producción flexibles	
Leontief generalizada (Diewert)	$q_i = \beta_0 + 2\beta_1 \sqrt{x_{1i}} + 2\beta_2 \sqrt{x_{2i}} + 2\beta_3 \sqrt{x_{1i} x_{2i}}$
Translogarítmica	$\ln q_i = \beta_0 + \beta_1 \ln x_{1i} + \beta_2 \ln x_{2i} + \beta_3 \frac{1}{2} \ln x_{1i}^2 + \beta_4 \frac{1}{2} \ln x_{2i}^2 + \beta_5 \ln x_{1i} + \ln x_{2i}$
Cuadrática generalizada	$q_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_2 \frac{1}{2} x_{1i} x_{2i}$
Cuadrática, raíz cuadrada (CRC)	$q_i = [\beta_0 + 2\beta_1 x_{1i} + 2\beta_2 x_{2i} + \beta_2 x_{1i} x_{2i}]^{0.5}$
Cuadrática generalizada Box-Cox	$\frac{q_i^{2\theta} - 1}{2\theta} = \beta_0 + \beta_1 \frac{x_{1i}^\lambda - 1}{\lambda} + \beta_2 \frac{x_{2i}^\lambda - 1}{\lambda} + \beta_3 \frac{1}{2} \frac{x_{1i}^\lambda - 1}{\lambda} \frac{x_{2i}^\lambda - 1}{\lambda}$
ESC, multifactores	$q_i = [\beta_1 x_{1i}^\rho + \beta_2 x_{2i}^\rho + \beta_3 x_{3i}^\rho + \beta_4 x_{4i}^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$
<p><math>\sigma</math> se refiere a la elasticidad de sustitución constante (esc) y <math>\rho</math> al parámetro de sustitución; así cada forma funcional depende de los valores tomados por estos coeficientes.</p> $\sigma = \frac{1}{1 + \rho}, \text{ si } \begin{cases} -1 < \rho < 0 \rightarrow \sigma > 1 \\ \rho = 0 \rightarrow \sigma = 1 \\ 0 < \rho < \infty \rightarrow \sigma < 1 \end{cases}$ <p>Para más detalles véase Chiang (1984, pág. 426) y Nicholson (2002, págs. 280-284). Fuente: autores a partir de Nicholson (2002), Diewert (1974), Konstantinos et al. (2003), Perdomo (2011; 2010, págs. 56-57), Mendieta y Perdomo (2008, pág. 88).</p>	

## Frontera estocástica

La frontera estocástica (FE) consiste en ajustar las formas funcionales de producción descritas en el Cuadro 1 utilizando técnicas econométricas mediante máxima verosimilitud. Es una aproximación paramétrica propuesta por Aigner, Lovell y Schmidt (1977) y Meesen y Van den Broeck (1977). En este sentido y de manera simplificada la eficiencia técnica resulta gráficamente (véase Figura 1) encontrado la función distancia entre el valor observado ( $x$ - $q$ , punto B) y óptimo derivado del modelo econométrico ( $x$ - $q^*$ , punto A), para la cantidad insumo-producción cafetera. Indicando que con la misma intensidad del factor ( $x$ ) es posible lograr una mayor producción ( $q^*$ ), o disminuyendo su monto ( $x^*$ ) obtiene la cantidad actual de café ( $q$ ).



Asimismo, la medida de eficiencia técnica para cada caficultor por unidad productiva

en Colombia puede obtenerse mediante frontera estocástica, especificando previamente una forma funcional de producción adecuada como las presentadas en el Cuadro 1. Debido a que los resultados de las economías a escala y eficiencia técnica, derivados del método FE, son sensibles a la elección y estimación funcional (Konstantinos *et al.*, 2003; Rosales, *et al.*, 2010, págs. 14-18).

$$q_i = f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta}) + \eta_i, \text{ donde} \quad (1)$$

$$\eta_i = v_i - u_i$$

Así, siguiendo el esquema de Aigner *et al.* (1977, pág. 7), a nivel general la frontera estocástica es representada en la ecuación 1 para cualquier función ( $f$ ) de producción cafetera convencional o flexible en el Cuadro 1. Igualmente,  $q_i$  indica la cantidad de café conseguido por la finca  $i$  ( $i=1, 2, \dots, 999$ );  $x_{1i}$ ,  $x_{2i}$ ,  $x_{3i}$  y  $x_{4i}$  son los principales insumos aplicados en la actividad, como fueron descritos inicialmente en esta sección.

$\hat{\beta}$  es un vector de parámetros a ser estimado empleando máxima verosimilitud que difiere en tamaño, resultados e interpretación dependiendo de la función especificada y estimada en el Cuadro 1 y  $\eta_i$  hace referencia al componente estocástico compuesto por los elementos independientes  $v_i$  y  $u_i$ . Procedimiento que permite calcular el nivel máximo producido de café ( $q_i^*$ ) como lo representa la Figura 1.

Adicionalmente, almacena las variaciones aleatorias<sup>11</sup> de la producción cafetera ( $q_i$ ), es si-

<sup>11</sup> Se refiere a eventos independientes de la producción cafetera, que no pueden controlar directamente los productores (cambio de políticas de tipo institucional en los mercados, volatilidad de los precios de café, incertidumbre, riesgo, clima desfavorable, desastres naturales, entre otros).

métrica e independientemente distribuido (iid) con media cero y varianza constante [ $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$ ] tomando valores positivos y negativos hacia el infinito ( $-\infty < v_i \leq \infty$ ). Mientras  $u_i$  acumula la ineficiencia técnica<sup>12</sup> observada en la caficultura ( $q_i$ ), es un término asimétrico iid [ $u_i \geq 0 \sim N(0, \sigma_u^2)$ ] mayor a cero e independiente de  $v_i$ .

Entonces, dadas estas características de  $\eta_i$ , los estimadores ( $\hat{\beta}$ ) de la frontera estocástica deben obtenerse mediante máxima verosimilitud, con el fin de conseguir parámetros eficientes, insesgados y consistentes (Aigner et al., 1977, 8). Por consiguiente, el logaritmo de la función de verosimilitud ( $Lnf$ ) es:

$$Lnf(\sigma_s^2, \hat{\beta}) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma_s^2) + \sum_{i=1}^n \ln[1 - \varphi(z_i)] - \frac{n}{2\sigma_s^2} \sum_{i=1}^n [q_i - f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta})]^2 \quad (2)$$

Donde,  $n$  denota el número de observaciones o fincas cafeteras encuestadas (999),  $\sigma_s^2$ <sup>13</sup> la varianza del modelo y  $\varphi(z_i)$ <sup>14</sup> la distribución normal estándar acumulada. En la cual gamma ( $\gamma$ )<sup>15</sup> representa el parámetro de eficiencia proveniente de las fuentes ( $v_i$  y  $u_i$ ) del error ( $\eta_i$ ) en la ecuación (1). En este sentido, cuando el efecto aleatorio predomina ( $\sigma_u^2 \rightarrow 0$  y  $\gamma = 0$ ) sig-

nifica eficiencia o ausencia de ineficiencia técnica. Indicando, que los caficultores emplean adecuadamente la cantidad de insumos maximizando su producción, ubicados en cualquier sitio (punto A) sobre la frontera de la Figura 1.

Sin embargo, simultáneamente puede existir ineficiencia por eventos inesperados en el cultivo de café porque la varianza aleatoria posiblemente tienden a infinito ( $\sigma_u^2 \rightarrow \infty$ ) y es predominante, haciendo  $\eta_i$  que converja a una distribución normal. Caso contrario ocurre, cuando la variación del componente asimétrico ( $u_i$ ) tiende a infinito ( $\sigma_u^2 \rightarrow \infty$  y  $\gamma \geq 1$ ), la ineficiencia técnica es la principal fuente de variación en el modelo.

En otras palabras, la cantidad de café producido por gran parte de las fincas están ubicados debajo de la frontera en la Figura 1 (punto B). Describiendo un comportamiento inefectivo de los caficultores en el manejo de sus factores productivos, porque con esta cantidad de insumos pueden alcanzar mayor producción o reduciendo su intensidad mantener la cuantía observada de café cultivado. No obstante, la evidencia de eficiencia técnica se establece a través del estadístico de razón de verosimilitud (RV)<sup>16</sup> probando la hipótesis nula

<sup>12</sup> Dada por los insumos o variables de producción que pueden controlar los cafeteros, como la cantidad e intensidad de factores utilizados para producir.

<sup>13</sup>  $\sigma_s^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$

<sup>14</sup>  $z_i = \frac{(q_i - f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta}))}{\sigma_s} \sqrt{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$

<sup>15</sup>  $\gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_s^2} = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2}$

<sup>16</sup>  $RV = -2(Lnf_R - Lnf_{NR})$ ;  $RV \sim \frac{1}{2}X_0^2 + \frac{1}{2}X_1^2$ , donde  $Lnf$  es el logaritmo de la función de verosimilitud,  $R$  el subíndice hace referencia al modelo restringido (con  $\gamma = 0$ ),  $NR$  el no restringido (con  $\gamma \neq 0$ ) y  $\frac{1}{2}X_0^2 + \frac{1}{2}X_1^2$  a la distribución asintótica que resulta de combinar las distribuciones Ji-Cuadrado con cero y un grado de libertad, respectivamente (Coelli, 1995, pág. 252).

sobre el parámetro de eficiencia ( $H_0: \gamma = 0$ ). Por consiguiente, si es rechazada  $H_0$  la respectiva unidad productora de café opera con ineficiencia técnica.

$$ET_i = \frac{q_i}{q_i^*} = \frac{e^{f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta}) + v_i - u_i}}{e^{f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta}) + v_i}} = e^{-u_i} \quad (3)$$

Adjuntamente, la frontera estocástica permite encontrar el nivel de eficiencia técnica ( $ET_i$ ), como es representado en la ecuación (3) (Battese & Coelli, 1988) para cada finca cafetera  $i$  ( $i=1, 2, \dots, 999$ ). La cual, se concibe mediante la relación entre el producto conseguido ( $q_i$ ) y el máximo a alcanzarse ( $q_i^*$ ) con eficiencia técnica ( $u_i = 0$ ). En otras palabras, representa la proporción entre la producción actual respecto a la potencial si los caficultores utilizaran eficientemente la cantidad de insumos requeridos en la actividad; por tanto contiene valores entre cero y uno ( $0 \leq ET_i \leq 1$ ). Así, cuando  $ET_i$  tiende o equivale a uno ( $ET_i \rightarrow 1$ ) significa que el caficultor exhibe eficiencia técnica, mientras si su valor es menor a uno o cercano a cero ( $ET_i \rightarrow 0$ ) es considerado ineficiente. De esta manera, puede establecerse el productor cafetero más eficiente entre los pequeños, medianos, grandes y sector general cafetero colombiano.

No obstante, una de las grandes dificultades para estimar la frontera estocástica es seleccionar una función de producción apropiada como cualquiera de las expresadas en el Cuadro 1. Porque la forma funcional afecta considerablemente los resultados para las elasticidades, economías a escala, parámetro de eficiencia ( $\gamma$ )<sup>17</sup> y (Konstantinos, Kien, & Vangelis, 2003). Ante esto, el menor valor del criterio de Akaike<sup>18</sup> (AIC), elegido entre las distintas funciones de producción cafeteras estimadas, determinará la forma funcional adecuada con la cual se establecieran los resultados y conclusiones del estudio.

## DATOS Y ANÁLISIS EMPÍRICO

Los datos para este estudio fueron concebidos a partir de información primaria de la encuesta cafetera aplicada en 999<sup>19</sup> fincas de los departamentos de Caldas, Quindío y Risaralda por la Facultad de Economía-Centro de Investigaciones Sobre el Desarrollo Económico (CEDE) de la Universidad de los Andes<sup>20</sup> (entre marzo y abril de 2004<sup>21</sup>). El formulario contiene las principales características<sup>22</sup> sobre los diferentes caficultores<sup>23</sup> entrevistados, entre las cuales están las variables relacionadas

<sup>17</sup> Dado que el parámetro de eficiencia es muy sensible a la forma funcional especificada conllevando a resultados espurios, cometer errores tipo I y II en las pruebas de hipótesis y sobre valorando o subestimado la medida de eficiencia técnica ( $ET_i$ ).

<sup>18</sup>  $AIC = -2 \frac{Lnf}{n} + 2 \frac{k}{n}$ , donde  $Lnf$  es el logaritmo de la función de verosimilitud,  $n$  el número de observaciones y  $k$  número de parámetros estimados.

<sup>19</sup> Información de Corte Transversal. Finalmente solo se trabajaron con 990 observaciones y fueron eliminadas nueve inconsistentes.

<sup>20</sup> Financiado con Recursos de la Universidad de Maryland, bajo la dirección del profesor Darrell Hueth con el apoyo de la Federación Nacional de Cafeteros de Colombia y la valiosa colaboración de Diego Pizano, Julián García, Alfonso Ángel Uribe, Óscar Jaramillo García y Omar Acevedo Chamorro.

<sup>21</sup> La encuesta se aplicó en el año 2004, recolectando la información de los cafeteros para el año 2003. Hasta el momento, no se cuenta con más información microeconómica de este tipo en las mismas fincas entrevistadas y otros periodos. Tampoco, ninguna entidad cafetera la recolecta para otra muestra en Colombia.

<sup>22</sup> Socioeconómicas, producción del grano y otras actividades en la finca, financieras, relacionadas con la asistencia técnica, geográficas, ambientales, propias y entorno de la finca o vivienda cafetera.

---

con producción de café tomadas para este trabajo. Por consiguiente la variable dependiente es la producción anual de café ( $q_i$ ) medida en arrobas (por 25 Kg), la cantidad de insumos empleados en la actividad e incluidos como variables explicativas: tierra (hectáreas dedicadas al cultivo del grano), trabajo total (incluye trabajadores permanentes, temporales, casuales, núcleo familiar y contratos por labores<sup>24</sup>; medida en cantidad de gente empleada), fertilizantes (incluye nitrógenos, fósforo, potasio y otros; medido en Kg) y maquinaria (cantidad de herramientas).

De acuerdo con lo anterior y con Greene (2002, pág. 104) es incorrecto en funciones no lineales o flexibles, como la Translogarítmica Minflex Laurent (véase Cuadro 3), analizar la relevancia de los estimadores, interpretar sus resultados directamente e inferir algún tipo de afirmación sobre si el comportamiento e intensidad de los insumos cafeteros son complementarios, sustitutos o exhiben productividad marginal decreciente según los signos (negativos o positivos) parciales de los parámetros en los términos cuadráticos e interacciones del modelo estimado.

Razón por la cual, el Cuadro 2 presenta las elasticidades y economías a escala derivadas de la función ajustada Translogarítmica Min-

flex Laurent (véase Cuadro 3) para los pequeños caficultores, que deben calcularse con el fin de entender apropiadamente la incidencia de los principales insumos empleados (tierra, trabajo, fertilizantes y maquinaria) sobre la producción del grano y su rendimiento.

En este sentido, la elasticidad del factor tierra lo revela como el insumo más importante (al 1% de significancia) en las pequeñas unidades cafeteras. Reflejando un incremento de 0,81% en la producción del grano cuando las hectáreas cultivadas de café aumentan 1%. Seguido por la intensidad de fertilizantes y maquinaria (relevantes al 1% de significancia), porque ampliando su uso parcialmente en 1% la producción crece 0,69% y 0,13%, respectivamente.

Sin embargo, la cantidad de trabajo es la menos importante (significativa al 1% de significancia) y contrariamente el rendimiento del cultivo disminuye 0,30% por incrementar el factor en 1%. Adicionalmente, este grupo de caficultores exhibe rendimientos crecientes a escala en su actividad productiva dado que aumentar simultáneamente en 1% la tierra, el trabajo, los fertilizantes y la maquinaria incrementa la producción en 1,33%. Por otra parte, basados en el método de frontera estocástica estimado mediante máxima verosimilitud, el Cuadro 3 presenta las estimacio-

---

<sup>23</sup> Pequeños (entre 0 y 2,1 hectáreas productivas en café, 662 observaciones en la encuesta equivale a 66,87% de la muestra total), medianos (entre más de 2,1 y 6,9 hectáreas productivas en café, 250 observaciones en la encuesta equivale a 25,25% de la muestra total) y grandes (más de 6,9 hectáreas productivas en café, 78 observaciones en la encuesta equivale a 7,88% de la muestra total). Lo anterior, guarda las mismas proporciones poblacionales puntualizadas por la Comisión de Ajuste de la Institucionalidad (2002) descritas en los pies de páginas 4, 5 y 6 de la sección I del presente documento.

<sup>24</sup> Incluyendo todas las actividades de la finca relacionadas con: arado, fertilización, fumigación con químicos, cosechas, riego, podar ma- leza, transporte, administración y otros servicios.

Cuadro 2. Elasticidades y economías a escala de los pequeños productores de café

Variables independientes	Cuadrática generalizada Box-Cox	TlBC (desde Box-Cox)	Leontief generalizada (desde Box-Cox)	Cuadrática generalizada desde Box-Cox	GRC	Elasticidad de Sustitución Constante	Cobb-Douglas	Translogarítmica (Milnes-Laurent Translog)	Leontief generalizada (Diewert)	Cuadrática
	CGBC	TIBC	LGBC	GGBC	GRC	ESC	CD	TUML	LG	C
Tierra	0.019	0.86	0.83	0.8	151	0.02	0.89	0.81 ***	2.73	24.88
Trabajo	-0.0064	0.47	0.44	0.32	57	0.01	0.47	(-0.30) ***	0.04	0.17
Fertilizantes	-0.0073	0.026	0.12	0.14	22.3	0.0024	0.03	0.69 ***	5.61	24.21
Máquina	0.0031	0.026	0.04	0.07	10	0.0014	0.03	0.13 ***	0.03	0.003
Economías a escala	0.0084	1.382	1.43	1.33	240.3	0.0338	1.42	1.33	8.33	49.263

Indica relevancia estadística a los niveles del (\*) 10%, (\*\*) 5% y (\*\*\*) 1% de significancia.

Fuente: Cálculo de los autores.

Cuadro 3. FE pequeños productores de café

Variable dependiente (producción de café)	Cuadrática generalizada Box-Cox	Translogarítmica (desde Box-Cox)	Leontief generalizada (desde Box-Cox)	Cuadrática generalizada desde Box-Cox	GRC	Elasticidad de Sustitución Constante	Cobb-Douglas	Translogarítmica (Milnes-Laurent Translog)	Leontief generalizada (Diewert)	Cuadrática
	CGBC	TIBC	LGBC	GGBC	GRC	ESC	CD	TUML	LG	C
Constante	5.1238723	3.968683 ***	29.96749	56.97914	2306.745	5.286704	4.066919 ***	3.419988 ***	49.219	-1.684038
Tierra	2.1404846 ***	0.8918306 ***	19.56354	64.77972 ***	1434.546	2.269015 ***	0.8878901 ***	0.7788556 ***	104.2951 ***	31.75793
Trabajo	0.70433355 ***	0.4493536 ***	15.34484 ***	3.68293 ***	323.1948	0.642272 ***	0.4685451 ***	0.0157496 ***	-1.084029	1.889196
Fertilizantes	0.04819712 ***	0.0113032	0.6853909 ***	0.048086 ***	8.835338 ***	0.0474524 ***	0.033889 ***	0.6505823	0.0016066	0.0628385 ***
Máquina	0.3718584 ***	0.103974 ***	8.698136	5.328862 *	411.5735	0.1287212 ***	0.0275672 ***	0.2098384 ***	1.374729	8.807975
Tierra <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	0.0089446	(-84.91113) ***	14.54999
Trabajo <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	-0.0996809	-7.461878	(-0.0491681) ***
Máquina <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	0.0133605 ***	0.3538563	(-0.0000102) ***
Tierra*Trabajo	0.21584	0.0245723	26.23024 ***	(-7.968343) ***	(-1594.944)	-	-	0.0365599 ***	-1.648577	2.220996
Tierra*Máquina	0.0001232 ***	(-0.0339438) ***	1.093103 ***	(-0.0525260) ***	2.53878	-	-	0.0175594	1.022295 ***	0.0097292 *
Trabajo*Máquina	(-0.0390907) ***	0.0353722	10.74741	81.4351	1.6346.94 ***	-	-	0.0025662	11.82213	0.7294544
Trabajo <sup>2</sup> *Máquina	0.1719587	0.012397	0.0686377	0.0174227 ***	4.081379 ***	-	-	(-0.0035776) ***	0.344339	0.001091
Fertilizantes*Máquina	-0.0092981	(-0.0714836) **	2.720545	(-8.0070280) ***	(-1215.691)	-	-	-0.0023023	6.458284	0.6390973 ***
Tierra (e. Box-Cox)	0.10440845	0	0.5	0.5	(-34.7112) ***	-	0	-	(-1.030017) ***	(-0.0109321) ***
Lambda (λ. Box-Cox)	0.2797122	0	0.5	1	1	-	0	-	-	-
Logaritmo natural de V	0.65077551 ***	(-1.656185) ***	8.674061 ***	8.664563 ***	20.57648 ***	0.6648991 ***	(-1.780678) ***	(-1.730281) ***	8.66267 ***	8.65828 ***
Logaritmo natural de U	(-5.077253) ***	(-1.747555) ***	(-5.30543)	(-5.305384)	(-5.48595)	(-5.169036)	(-0.6018519) ***	(-1.744745)	-5.305431	-5.305433
Desviación estándar de V (σv)	1.38457	0.4368819 ***	76.744801 ***	76.11774 ***	29385.06 ***	1.39438 ***	0.4105289 ***	0.4209924 ***	76.04575 ***	74.88203 ***
Desviación estándar de U (σu)	0.07897	0.417372	0.0704597	0.0704596	0.0643784	0.0754324	0.7401326 ***	0.4179587 ***	0.0704596	0.0704596
Varianza del modelo σ <sup>2</sup>	1.92326	0.6350661	58.49.211 ***	5793.197 ***	863000000 ***	1.9499 ***	0.72	0.35	5783 ***	5.607 ***
Parámetro de eficiencia (γ)	0.05704	0.9553428 ***	0.0009213	0.00093	0.00000219	0.054	1.80 ***	0.993 ***	0.0009285	0.0009409
Logaritmo función de verosimilitud del modelo	-11.5513	-1337.1635	-3810.4517	-3807.0000	-7750.0000	-1160.0000	-599	-572.0000	-3.976	-3.976
Razón de verosimilitud (γ = 0)	0.00	35.40 ***	0	0	0	0	24.44 ***	40.20 **	0	0
Eficiencia técnica (ET, promedio)	0.9399795	0.705911	0.9461736	0.9461736	0.95	0.94	0.61	0.71	0.95	0.95
Wald	1845.59 ***	1.66925	937.49 ***	953 ***	299 ***	1811 ***	1540 ***	1787 ***	956 ***	1006
Akaike (AIC)	2334	1199	7647	7641	15526	2334	1211	1178	7647	7627
Schwarz (SIC)	2388	1258	7705	7699	15584	2365	1243	1255	7724	7703
Número de observaciones (n)	662	662	662	662	662	662	662	662	662	662

Indica relevancia estadística a los niveles del (\*) 10%, (\*\*) 5% y (\*\*\*) 1% de significancia.

Fuente: Cálculo de los autores.

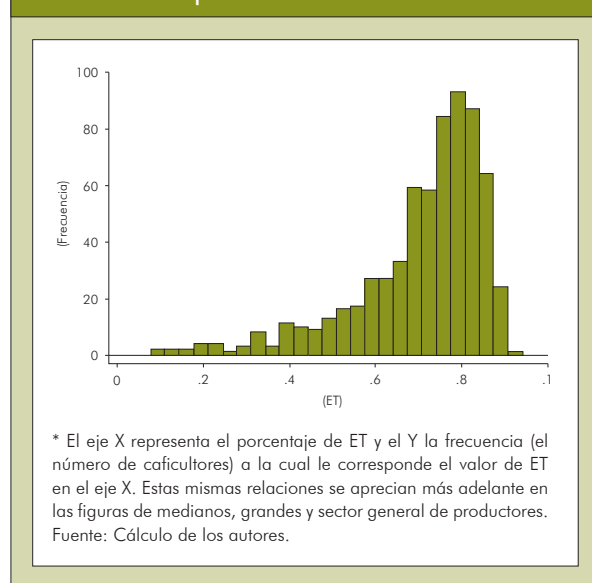
nes<sup>25</sup> de las funciones en el Cuadro 1 para los pequeños caficultores en la zona. Donde, puede observarse como la forma funcional de producción cafetera afecta el valor y relevancia estadística del parámetro de eficiencia ( $\gamma$ ), promedio de eficiencia técnica (ET) y economías a escala (véase Cuadro 2); debido a sus diferentes resultados bajo cada frontera.

Por consiguiente, la función Translogarítmica Minflex Laurent es la función ajustada a los pequeños caficultores porque el valor del criterio Akaike (1.178) fue el menor, comparado con el de las otras funciones convencionales y flexibles. Asimismo, el parámetro de eficiencia ( $\gamma = 0,993$ ) y varianzas ( $\sigma_v^2$  y  $\sigma_u^2$ ) son determinantes (al 5% y 1% de significancia), indicando ineficiencia técnica ( $u_i$ ) y aleatoria ( $v_i$ ) con efectos negativos sobre la producción del grano de los pequeños cafeteros. En otras palabras si  $u_i$  y  $v_i$  aumentan individualmente 1%, en promedio la producción de ellos disminuye anualmente 1,74% y 1,73% respectivamente. Igualmente lo muestra el promedio de eficiencia técnica (71%) logrado por este grupo de cultivadores de café, el cual fue inferior al 100%.

Finalmente, a partir de la función de producción Translogarítmica Minflex Laurent fue obtenido el nivel de eficiencia técnica ( $ET_i$ ), de acuerdo con la ecuación 3, por cada pequeño caficultor y su distribución puede apreciarse en la Figura 2. Donde se observa sesgo negativo, implicando que la mayor parte de los pequeños caficultores están ubicados por

encima del promedio de ET (71%) y debajo de la eficiencia máxima (100%). Únicamente, entre 80 y 100 productores de todo el grupo consiguen un máximo de eficiencia técnica del 80% con un 20% restante a mejorar, pero ninguno alcanza el 100% de ET.

Figura 2. Eficiencia técnica de los pequeños productores de café\*



De acuerdo con los criterios examinados en los pequeños productores de café, se continuara en este sentido el análisis de los resultados para los medianos y grandes cafeteros, y sector general de caficultores en este estudio. Así, el Cuadro 4 presenta las elasticidades y economías a escala derivadas de la función ajustada Translogarítmica Minflex Laurent (véase Cuadro 5) para los medianos caficultores. Calculadas, con el fin de entender apropiadamente la incidencia de los

<sup>25</sup> En Stata 9 (frontera estocástica) y Eviews 4.1 (Box-Cox), utilizando errores estándar robustos y mínimos cuadrados generalizados para remover Heteroscedasticidad.

Cuadro 4. Elasticidades y economías a escala de los medianos productores de café

Variables independientes	Cuadrática generalizada Box-Cox	Translogarítmica (Trabajo desde Box-Cox)	Leontief generalizada (desde Box-Cox)	Cuadrática generalizada desde Box-Cox	Cuadrática raíz cuadrada	Elasticidad de Sustitución Constante	Cobb-Douglas	Translogarítmica (Míniles Laurent Translog)	Leontief generalizada (Diewert)	Cuadrática
	CGBC	TIBC	LGBC	CGBC	GRC	ESC	CD	TUWL	LG	C
Tierra	0.0023	0.74	0.74	0.71	0.99	0.003	0.77	0.71 ***	12.46	39.40
Trabajo	0.0016	0.62	0.50	0.27	-0.01	0.002	0.59	0.20 ***	-1.16	0.12
Fertilizantes	-0.0003	-0.011	0.05	0.15	0.19	0	0.004	0.18 ***	21.44	-40
Máquina	0.0001	-0.003	0.03	0.13	0.25	-0.0001	-0.03	0.12 ***	0.11	0.04
Economías a escala	0.0037	1.346	1.32	1.26	1.42	0.0049	1.334	1.21	32.85	79.56

Indica relevancia estadística a los niveles del (\*) 10%, (\*\*) 5% y (\*\*\*) 1% de significancia.

Fuente: Cálculo de los autores.

Cuadro 5. FE medianos productores de café

Variable dependiente (producción de café)	Cuadrática generalizada Box-Cox	Translogarítmica (desde Box-Cox)	Leontief generalizada (desde Box-Cox)	Cuadrática generalizada desde Box-Cox	Cuadrática raíz cuadrada	Elasticidad de Sustitución Constante	Cobb-Douglas	Translogarítmica (Míniles Laurent Translog)	Leontief generalizada (Diewert)	Cuadrática
	CGBC	TIBC	LGBC	CGBC	GRC	ESC	CD	TUWL	LG	C
Constante	4.84 ***	3.87 ***	85.10	109.28	82220.93	3.93 ***	3.78 ***	3.59 ***	-548.91	-307.27
Tierra	0.32	0.63	-50.22	32.12	10946.72	1.29 ***	0.77 ***	1.06	-304.73	207.26 ***
Trabajo	0.55	0.41 **	-4.81	-0.46	-15280.77 ***	0.99 ***	0.59 ***	0.036	-131.91 ***	5.93
Fertilizantes	0.09 **	0.03	3.46 ***	0.11 ***	103.90 ***	0.006	0.004	0.33	0.04 *	0.10 ***
Máquina	0.09	0.05	-59.44	-10.63	-1.6378.52	-0.04	-0.03	0.21	73.53 ***	-37.02
Tierra <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	-0.61	409.53	(-25.37) *
Trabajo <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	-0.03	(-71.81) *	(-0.10) ***
Fertilizantes <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	0.008	7.26 ***	-0.00000046
Máquina <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	0.05 ***	(-193.42) **	2.36
Tierra*Trabajo	0.87	0.24	49.40 **	4.18 **	7314.82 ***	-	-	0.25	(-5.92)	-0.005
Tierra*Fertilizantes	(-0.14) *	(-0.1) ***	-1.68	(-0.03) *	-18.21	-	-	(-0.06) **	177.55 ***	2.68 ***
Tierra*Máquina	0.04	0.04	138.83 **	37.52 **	4979.18	-	-	0.02	55.40	8.44
Trabajo*Fertilizantes	-0.06	0.03	0.13	0.0004	-1.43	-	-	0.008	-0.29	-0.0007
Trabajo*Máquina	-	-0.04	8.25	0.46	5105.52 ***	-	-	-0.004	31.49	0.7
Fertilizantes*Máquina	-0.022	-0.012	(-1.98) **	(-0.024) **	(-27.29) ***	-	-	(-2.36) ***	11.08 **	11.02 ***
Tierra (θ, Box-Cox)	0.04	0	0.5	0.5	1	0.04	0	-	-	-
Tierra (θ, Box-Cox)	-0.03	0	0.5	1	1	-0.03	0	-	-	-
Lambda (λ, Box-Cox)	(-1.34) **	(-2.22) ***	11.18 ***	11.15 ***	25 ***	(-1.28) ***	(-2.33) ***	(-2.36) ***	11.08 ***	11 ***
Logaritmo natural de V	-0.14	(-2.05) ***	-5.21	-5.22	-5.84	-0.14	(-0.91) ***	(-1.05) ***	-5.22	-5.22
Logaritmo natural de U	0.51 ***	0.33 ***	268 **	265 **	281926 *	0.93 ***	0.31 ***	0.31	254 ***	245 ***
Desviación estándar de V (σv)	0.93 ***	0.36 ***	0.07	0.07	0.05	0.93 ***	0.63 ***	0.44 ***	0.07	0.07
Desviación estándar de U (σu)	1.13 ***	0.24 ***	71.839 **	70.710 **	795000000 ***	1.15 ***	0.50 ***	0.44 ***	64756 **	60024 ***
Varianza del modelo σ <sup>2</sup>	1.82 ***	1.09 ***	0.0083	0.003	0.00000002	1.77 ***	2.03 ***	1.93 ***	0.0003	0.0003
Parámetro de eficiencia (γ)	-283.00	-1.65	-1.753	-1.750	-34.92	-287	-1.73	-1.62	-1.740	1.730
Logaritmo función de verosimilitud del modelo	10.85 ***	23.17 ***	0	0	0	10.70 ***	15.47 ***	11.50 **	0	0
Razón de verosimilitud (γ=0)	0.55	0.74	0.94	0.94	0.96	0.55	0.65	0.66	0.94	0.95
Eficiencia técnica (ET, promedio)	325 ***	371 ***	302	315 ***	383	321 ***	324 ***	365 ***	363 ***	411
Wald	589	356	3531	3525	7010	587	360	358	3513	3494
Akaike (AIC)	631	402	3576	3571	7056	612	385	418	3573	3554
Schwarz (SIC)	250	250	250	250	250	250	250	250	250	250

Indica relevancia estadística a los niveles del (\*) 10%, (\*\*) 5% y (\*\*\*) 1% de significancia.

Fuente: Cálculo de los autores.

principales insumos empleados (tierra, trabajo, fertilizantes y maquinaria) sobre la producción del grano y su rendimiento.

En este sentido, la elasticidad del factor tierra lo revela como el insumo más importante (al 1% de significancia) en las medianas unidades cafeteras. Reflejando un incremento de 0,71% en la producción del grano cuando las hectáreas cultivadas de café aumentan 1%. Seguido por la intensidad de trabajo, fertilizantes y maquinaria (relevantes al 1% de significancia), porque ampliando su uso parcialmente en 1% la producción crece 0,20%, 0,18% y 0,12% respectivamente.

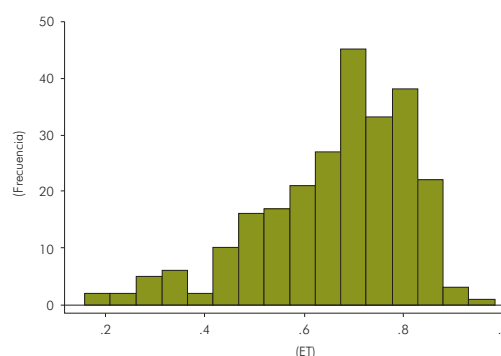
Adicionalmente, este grupo de caficultores exhibe rendimientos crecientes a escala en su actividad productiva dado que aumentar simultáneamente en 1% la tierra, el trabajo, los fertilizantes y la maquinaria incrementa la producción en 1,21%. Por otra parte, basados en el método de frontera estocástica estimado mediante máxima verosimilitud, el Cuadro 5 presenta las estimaciones de las funciones en el Cuadro 1 para los medianos caficultores en la zona. Donde, puede observarse como la forma funcional de producción cafetera afecta el valor y relevancia estadística del parámetro de eficiencia ( $\gamma$ ), promedio de eficiencia técnica ( $ET$ ) y economías a escala (véase Cuadro 4); debido a sus diferentes resultados bajo cada frontera.

Por consiguiente, la función Translogarítmica Minflex Laurent es la función ajustada a los medianos caficultores porque el valor del criterio Akaike (358) fue el menor, comparado con el de las otras funciones convencionales y flexibles. Asimismo, el parámetro de

eficiencia ( $\gamma = 1,93$ ) y varianzas ( $\sigma_v^2$  y  $\sigma_u^2$ ) son determinantes (al 5% y 1% de significancia), indicando ineficiencia técnica ( $u_i$ ) y aleatoria ( $v_i$ ) con efectos negativos sobre la producción del grano de los medianos cafeteros. En otras palabras si  $u_i$  y  $v_i$  aumentan individualmente 1%, en promedio la producción de ellos disminuye anualmente 1,05% y 2,36% respectivamente. Igualmente lo muestra el promedio de eficiencia técnica (66%) logrado por este grupo de cultivadores de café, el cual fue inferior al 100%.

Finalmente, a partir de la función de producción Translogarítmica Minflex Laurent fue obtenido el nivel de eficiencia técnica ( $ET_i$ ), de acuerdo con la ecuación 3, por cada mediano caficultor y su distribución puede apreciarse en la Figura 3. Donde se observa sesgo negativo, implicando que la mayor parte de los medianos caficultores están ubicados por encima del promedio de  $ET$  (66%) y debajo de la eficiencia máxima (100%). Únicamente, entre 40 y 45 productores de todo el grupo

Figura 3. Eficiencia técnica de los medianos productores de café



Fuente: Cálculo de los autores.

---

consiguen un máximo de eficiencia técnica del 70% con un 30% restante a mejorar, pero ninguno alcanza el 100% de ET.

Prosiguiendo el análisis, el Cuadro 6 presenta las elasticidades y economías a escala derivadas de la función ajustada Translogarítmica Minflex Laurent (véase Cuadro 7) para los grandes caficultores. Calculadas, con el fin de entender apropiadamente la incidencia de los principales insumos empleados (tierra, trabajo, fertilizantes y maquinaria) sobre la producción del grano y su rendimiento. En este sentido, la elasticidad del factor trabajo lo revela como el insumo más importante (al 1% de significancia) en las grandes unidades cafeteras. Reflejando un incremento de 0,78% en la producción del grano cuando la mano de obra aumenta 1%. Seguido por la intensidad de fertilizantes (relevante al 1% de significancia), aunque el rendimiento del cultivo disminuye 0,58% por incrementar el factor en 1%.

Sin embargo, la cantidad de maquinaria y tierra resultaron irrelevantes (no significativas al 1%, 5% y 10% de significancia) en el cultivo de los grandes caficultores. Adicionalmente, este grupo exhibe rendimientos decrecientes a escala en su actividad productiva dado que aumentar simultáneamente en 1% la tierra, el trabajo, los fertilizantes y la maquinaria incrementa la producción en 0,26%.

Por otra parte, basados en el método de frontera estocástica estimado mediante máxima verosimilitud, el Cuadro 7 presenta las estimaciones de las funciones en el Cuadro 1 para los grandes caficultores en la zona. Donde, puede observarse como la forma fun-

cional de producción cafetera afecta el valor del parámetro de eficiencia ( $\gamma$ ), promedio de eficiencia técnica (ET) y economías a escala (véase Cuadro 6); debido a sus diferentes resultados bajo cada frontera. Por consiguiente, la función Translogarítmica Minflex Laurent es la función ajustada a los grandes caficultores porque el valor del criterio Akaike (84) fue el menor, comparado con el de las otras funciones convencionales y flexibles. Asimismo, el parámetro de eficiencia ( $\gamma = 0,03$ ) y varianzas ( $\sigma_v^2$  y  $\sigma_\epsilon^2$ ) no son determinantes (al 5% y 1% de significancia).

Lo anterior indica su eficiencia técnica ( $u_i$ ) igualmente lo evidencia el promedio de eficiencia técnica ubicado en 100%, significando que este grupo opera con eficiencia técnica aunque no aleatoria ( $v_i$ ). Esta última tiene efectos negativos sobre la producción del grano de los grandes cafeteros, en otras palabras si  $v_i$  aumentan 1%, en promedio la producción de ellos disminuye anualmente 2,20%.

Finalmente, a partir de la función de producción Translogarítmica Minflex Laurent fue obtenido el nivel de eficiencia técnica (ET), de acuerdo con la ecuación 3, para cada grande caficultor y su distribución puede apreciarse en la Figura 4. Donde se observa que todos los grandes productores logran el máximo de eficiencia técnica del 100%. Nuevamente, determina la ausencia de ineficiencia técnica en este grupo.

Una vez estimada las funciones de producción por tamaño de caficultor, son agrupadas las tres muestras para obtener los resultados del sector general. Así, el Cuadro 8 presenta

Cuadro 6. Elasticidades y economías a escala de los grandes productores de café

Variables independientes	Cuadrática generalizada Box-Cox		Translogarítmica (Trabajo desde Box-Cox)		Leontief generalizada (desde Box-Cox)		Cuadrática generalizada desde Box-Cox		Elasticidad de Sustitución Constante		Cobb-Douglas		Translogarítmica (Míniles-Laurent Translog)		Leontief generalizada (Diewert)		Cuadrática	
	CGBC	TIBC	LGBC	CGBC	CGBC	ESC	CD	TUWL	LG	C								
Tierra	-	0,01	0,41	0,11	0,0008	0,84	0,01	0,23	-41,56									
Trabajo	-	0,61	0,58	0,84	0,07	0,78 ***	0,68	1,13										
Fertilizantes	-	-1,12	0,06	0,14	0,0007	0,04	(-0,58) ***	-10,73										
Maquinaria	-	0,14	-0,02	0,04	-0,0001	-0,009	0,05	-0,03										
Economías a escala	-	-0,36	1,03	0,97	0,0034	0,941	0,26	-10,31										

Indica relevancia estadística a los niveles del (\*) 10%, (\*\*) 5% y (\*\*\*) 1% de significancia.

Fuente: Cálculo de los autores.

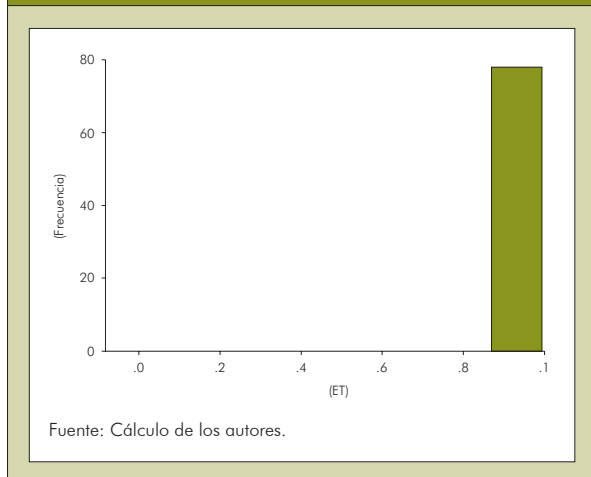
Cuadro 7. FE grandes productores de café

Variable dependiente (producción de café)	Cuadrática generalizada Box-Cox		Translogarítmica (desde Box-Cox)		Leontief generalizada (desde Box-Cox)		Cuadrática generalizada desde Box-Cox		Elasticidad de Sustitución Constante		Cobb-Douglas		Translogarítmica (Míniles-Laurent Translog)		Leontief generalizada (Diewert)		Cuadrática	
	CGBC	TIBC	LGBC	CGBC	CGBC	ESC	CD	TUWL	LG	C								
Constante	1,637 ***	7,01 ***	1,477 98	622,99	900,683,5	16,51 **	5,44 ***	6,80 ***	2073,55	718,13								
Tierra	(-1,01) **	(-2,5) **	(-6,86,80) ***	(-1,02,53) ***	(-98,55,50) ***	0,41 ***	0,84 ***	(-1,21) *	65,20	(-134,12) **								
Trabajo	0,37 ***	0,68 *	30,36	22,37 ***	832,26,89 **	0,31 ***	0,07 *	-0,06	32,52 ***	27,47 ***								
Fertilizantes	0,009 ***	-0,17	3,36	0,08 ***	477,83 *	0,0067 ***	0,04 **	0,002	0,15 **	0,05								
Maquinaria	0,46	1,15 ***	73	-9,91	-787,87,93	-0,10	-0,009	0,66 *	-71,48	-19,80								
Tierra <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	-0,30	(-1026,97) **	2,11								
Trabajo <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	0,06 ***	147,15	0,07 ***								
Fertilizantes <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	0,009	3,33	0,0000029								
Maquinaria <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	-0,0008	1,45	-0,0009								
Tierra*Trabajo	-0,00022	0,62 ***	57,57 ***	0,007	7801,62 ***	-	-	0,0006	1,45	-0,0009								
Tierra*Fertilizantes	0,0011	1,09 ***	-0,53	0,004 **	25,56 *	-	-	0,0004	6,52	(-0,78) **								
Tierra*Maquinaria	0,44 ***	1,09 ***	256,9 **	26,75 **	116,996,3 **	-	-	0,28 **	640,04 ***	19,70 ***								
Trabajo*Fertilizantes	(-0,08) ***	0,07	0,60	0,0003	(-5,96) ***	-	-	0,01	-1,30	0,0005 ***								
Trabajo*Maquinaria	0	(-1,24) ***	(-58,79) ***	(-1,26) ***	(-7092,53) ***	-	-	(-0,36) ***	(-160,46) ***	(-1,78) ***								
Fertilizantes*Maquinaria	(-0,004) *	0,043	-3,04	(-0,021) ***	-44,84	-	-	0,02	-6,70	(-0,001) ***								
Tierra (θ, Box-Cox)	0,04	0	0,5	0,5	1	0,04	0	-	-	-								
Lambda (λ, Box-Cox)	-0,03	0	0,5	1	1	-0,03	0	-	-	-								
Logaritmo natural de V	2,40 ***	(-2,07) ***	14,06 ***	13,84 ***	32 ***	2,70 ***	(-1,92) ***	(-2,20) ***	13,86 ***	13,50 ***								
Logaritmo natural de U	-5,49	-9,18	-5,17	-5,21	(-5,12)	-5,48	-0,61	-9,29	-5,21	-5,22								
Desviación estándar de V (σ <sub>V</sub> )	3,31 ***	0,35 ***	1134,32 ***	1010,24 ***	887,6673 ***	3,87 ***	0,38 ***	0,33 ***	1022,50 ***	853,19 **								
Desviación estándar de U (σ <sub>U</sub> )	0,06	0,01	0,08	0,07	0,08	0,06	0,73	0,01	0,07	0,07								
Varianza del modelo σ <sup>2</sup>	11 ***	0,13 ***	1286,673 ***	1020,888 **	8,8E+12	14,95 ***	0,68 **	0,11 ***	104,5503 ***	727,926 ***								
Parámetro de eficiencia (γ)	0,02	0,03	0,000067	0,000073	8,69E-08	0,02	1,92 **	0,03	0,00007	0,00009								
Logaritmo función de verosimilitud del modelo	-204,00	-30	-659	-650	-1,359	-2,16	-67	-25	-651	-637								
Razón de verosimilitud (γ=0)	0	0	0	0	0	0,95	0	0	0	0								
Eficiencia técnica (ET, promedio)	0,95	0,96	0,94	0,94	0,94	319 ***	105 ***	0,99	0,94	0,94								
Wald	461 ***	404 **	715 ***	921	1109 ***	446	84	470 ***	897 ***	1323 ***								
Akaike (AIC)	432	86	1345	1327	1446	463	124	1336	1336	1308								
Schwarz (SIC)	461	116	1375	1357	2769	463	165	124	1376	1348								
Número de observaciones (n)	78	78	78	78	78	78	78	78	78	78								

Indica relevancia estadística a los niveles del (\*) 10%, (\*\*) 5% y (\*\*\*) 1% de significancia.

Fuente: Cálculo de los autores.

Figura 4. Eficiencia técnica de los grandes productores de café



sus elasticidades y economías a escala derivadas de la función ajustada Translogarítmica Minflex Laurent (véase Cuadro 9). Calculadas, con el fin de entender apropiadamente la incidencia de los principales insumos empleados (tierra, trabajo, fertilizantes y maquinaria) sobre la producción del grano y su rendimiento.

En este sentido, la elasticidad del factor tierra lo revela como el insumo más importante (al 1% de significancia) en el sector general cafetero. Reflejando un incremento de 0,69% en la producción del grano cuando las hectáreas cultivadas de café aumentan 1%. Seguido por la intensidad de trabajo y fertilizantes (relevantes al 1% de significancia), porque ampliando su uso parcialmente en 1% la producción crece 0,41% y 0,26% respectivamente.

Sin embargo, la cantidad de maquinaria resultó irrelevante (no significativa al 1%, 5% y 10% de significancia) en el cultivo del sector general. Adicionalmente, este grupo exhibe rendimientos crecientes a escala en su

actividad productiva dado que aumentar simultáneamente en 1% la tierra, el trabajo, los fertilizantes y la maquinaria incrementa la producción en 1,47%.

Por otra parte, basados en el método de frontera estocástica estimado mediante máxima verosimilitud, el Cuadro 9 presenta las estimaciones de las funciones en el Cuadro 1 para el sector general de caficultores en la zona. Donde, puede observarse como la forma funcional de producción cafetera afecta el valor y relevancia estadística del parámetro de eficiencia ( $\gamma$ ), promedio de eficiencia técnica ( $ET$ ) y economías a escala (véase Cuadro 8); debido a sus diferentes resultados bajo cada frontera.

Por consiguiente, la función Translogarítmica Minflex Laurent es la función ajustada al sector general de caficultores porque el valor del criterio Akaike (1.625) fue el menor, comparado con el de las otras funciones convencionales y flexibles. Asimismo, el parámetro de eficiencia ( $\gamma = 0,99$ ) y varianzas ( $\sigma_v^2$  y  $\sigma_u^2$ ) son determinantes (al 5% y 1% de significancia).

Lo anterior, indica ineficiencia técnica ( $u_i$ ) y aleatoria ( $v_i$ ) con efectos negativos sobre la producción del grano. En otras palabras si  $u_i$  y  $v_i$  aumentan individualmente 1%, en promedio la producción disminuye anualmente 1,87% y 1,85% respectivamente. Igualmente lo muestra el promedio de eficiencia técnica (72%) logrado por este grupo de cultivadores de café, el cual fue inferior al 100%.

Finalmente, el nivel de eficiencia técnica ( $ET_i$ ) del sector general puede apreciarse en la Figura 5; obtenido agrupando este valor de

Cuadro 8. Elasticidades y economías a escala del sector general de productores de café

Variables independientes	Cuadrática generalizada Box-Cox		Translogarítmica (Trabajo desde Box-Cox)		Leontief generalizada (desde Box-Cox)		Cuadrática generalizada desde Box-Cox		Elasticidad de Sustitución Constante		Cobb-Douglas		Translogarítmica (Míniles Laurent Translog)		Leontief generalizada (Diewert)		Cuadrática	
	CGBC	TIBC	LGBC	CGBC	ES	CD	TUML	LG	ES	CD	TUML	LG	C					
Tierra	0.004	0.88	0.46	0.11	0.004	0.91	0.69 ***	5.97	0.004	0.91	0.69 ***	5.97	1.21					
Trabajo	-0.002	0.41	0.57	0.72	0.002	0.30	0.41 ***	0.43	0.002	0.30	0.41 ***	0.43	0.57					
Fertilizantes	-0.005	-0.004	0.12	0.24	0.0004	0.03	0.26 ***	-3.68	0.0004	0.03	0.26 ***	-3.68	0.84					
Máquina	0.002	0.02	0.04	0.05	0.0002	0.02	0.11	0.09	0.0002	0.02	0.11	0.09	0.1					
Economías a escala	-0.001	1.306	1.19	1.12	0.0066	1.26	1.47	1.95	0.0066	1.26	1.47	1.95	2.72					

Indica relevancia estadística a los niveles del (\*) 10%, (\*\*) 5% y (\*\*\*) 1% de significancia.

Fuente: Cálculo de los autores.

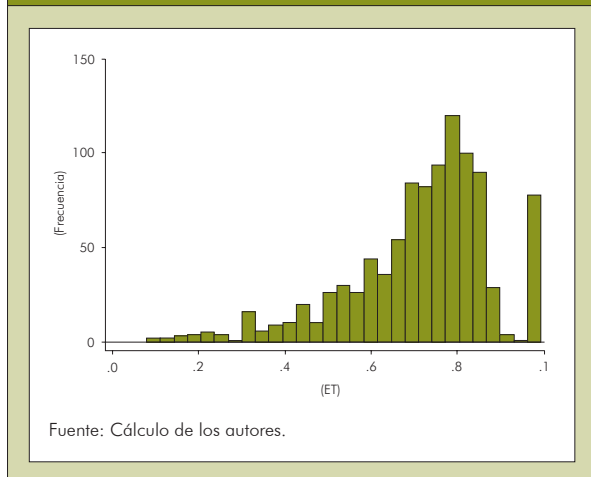
Cuadro 9. FE grandes productores de café

Variable dependiente (producción de café)	Cuadrática generalizada Box-Cox		Translogarítmica (desde Box-Cox)		Leontief generalizada (desde Box-Cox)		Cuadrática generalizada desde Box-Cox		Elasticidad de Sustitución Constante		Cobb-Douglas		Translogarítmica (Míniles Laurent Translog)		Leontief generalizada (Diewert)		Cuadrática	
	CGBC	TIBC	LGBC	CGBC	ES	CD	TUML	LG	ES	CD	TUML	LG	C					
Constante	5.14 ***	4.14 ***	-107.87	-43.99	4.69 ***	4.36 ***	3.80 ***	36.07	4.69 ***	4.36 ***	3.80 ***	36.07	-95.70					
Tierra	1.61 ***	0.99 ***	(-1.06.32) ***	-3.35	1.65 ***	0.91 ***	0.79 ***	(1.02) ***	1.65 ***	0.91 ***	0.79 ***	(1.02) ***	42.99 ***					
Trabajo	0.81 ***	0.43 ***	391.19 ***	16.54 ***	0.68 ***	0.30 ***	0.12 ***	15.41 ***	0.68 ***	0.30 ***	0.12 ***	15.41 ***	13.83 ***					
Fertilizantes	0.05 ***	0.02 1.93 ***	0.008 ***	339.91 ***	0.03 ***	0.27 ***	0.02 ***	0.03 ***	0.03 ***	0.27 ***	0.02 ***	0.03 ***	14.99					
Máquina	0.36 ***	0.17 ***	721.14 ***	10.58	0.07 **	0.02 ***	0.22 ***	39.14 ***	0.07 **	0.02 ***	0.22 ***	39.14 ***	(-2.75) ***					
Tierra <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	(-1.49.44) ***	-	-	-	-	0.02 ***					
Trabajo <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	7.33	-	-	-	-	0.02 ***					
Fertilizantes <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	1.37 ***	-	-	-	-	0.0000042 ***					
Máquina <sup>2</sup>	-	-	-	-	-	-	-	-0.59	-	-	-	-	1.21					
Tierra*Trabajo	0.04	(-0.08) **	481.6 ***	0.05	-	-	-	(-0.02) ***	-	-	-	-	0.08					
Tierra*Fertilizantes	(-0.02) *	(-0.02) **	(-0.59) *	0.00085 *	-	-	-	14.74 ***	-	-	-	-	0.002 **					
Tierra*Máquina	0.18 ***	0.08 ***	106.41 ***	18.80 **	-	-	-	80672.74 ***	-	-	-	-	10.51 ***					
Trabajo*Fertilizantes	(-0.22) ***	0.01	0.15	0.000183 *	-	-	-	(-5.57) ***	-	-	-	-	0.00006					
Trabajo*Máquina	-	(-0.14) **	(-27.56) ***	(-0.92) ***	-	-	-	(-5574.9) ***	-	-	-	-	(-0.01) ***					
Fertilizantes*Máquina	-0.003	-0.002	(-0.94) **	(-0.01) **	-	-	-	-14.52	-	-	-	-	(-2.52) ***					
Tierra (θ, Box-Cox)	0.08 ***	0	0.5	0.5	0.08 ***	0	0.08 ***	0	0.08 ***	0	0.08 ***	0	-					
Lambda (λ, Box-Cox)	0.15 ***	0	0.5	1	0.15 ***	0	0.15 ***	0	0.15 ***	0	0.15 ***	0	-					
Logaritmo natural de V	0.12	(-1.80) ***	11.86 ***	11.71 **	0.43 ***	(-1.61) ***	(-1.85) ***	29.54 ***	0.43 ***	(-1.61) ***	(-1.85) ***	11.72 ***	11.47 ***					
Logaritmo natural de U	0.03	(-0.72) **	-5.30	-5.30	-7.63	(-0.79) ***	(-1.87) ***	-5.12	-7.63	(-0.79) ***	(-1.87) ***	-5.21	-5.21					
Desviación estándar de V (σ <sub>V</sub> )	1.06	0.41 ***	377 ***	350 ***	1.24 ***	0.45 ***	0.40 ***	2598910 ***	1.24 ***	0.45 ***	0.40 ***	350 ***	310 ***					
Desviación estándar de U (σ <sub>U</sub> )	0.03	(-0.72) **	-5.31	-5.31	-7.63	(-0.80) ***	(-1.88) ***	-5.13	-7.63	(-0.80) ***	(-1.88) ***	-5.21	-5.21					
Varianza del modelo σ <sup>2</sup>	2.15	0.65 ***	141864.5 ***	122362 **	1.54 ***	0.65 ***	0.31 ***	4750000000	1.54 ***	0.65 ***	0.31 ***	122.027.7 ***	96126.67 ***					
Parámetro de eficiencia (γ)	0.96	1.72 ***	0.0002	0.0002	0.02	1.50 ***	0.99 ***	0.000000003	0.02	1.50 ***	0.99 ***	0.002	0.0002					
Logaritmo función de verosimilitud del modelo	-1.603	-860	-727.7	-720.4	-1.617	-897	-795	-1.6028	-1.617	-897	-795	-720.3	-708.4					
Razón de verosimilitud (γ=0)	3.59 ***	33.31 ***	0	0	0	24 ***	65 ***	0	0	24 ***	65 ***	0	0					
Eficiencia técnica (ET, promedio)	0.52	0.62	0.95	0.95	0.98	0.63	0.72	0.94	0.98	0.63	0.72	0.94	0.94					
Wald	6545 ***	541.6 ***	10906 ***	12803 ***	6379 ***	4592 ***	0.06 ***	14221 ***	6379 ***	4592 ***	0.06 ***	12796 ***	16566 ***					
Akaike (AIC)	3232	14579	14433	32079	3249	1807	1625	14402	3249	1807	1625	14402	14442					
Schwarz (SIC)	3291	1791	14643	14497	3283	1841	1708	14285	3283	1841	1708	14285	14285					
Número de observaciones (n)	990	990	990	990	990	990	990	990	990	990	990	990	990					

Indica relevancia estadística a los niveles del (\*) 10%, (\*\*) 5% y (\*\*\*) 1% de significancia.

Fuente: Cálculo de los autores.

Figura 5. Eficiencia técnica del sector general de productores de café



los resultados expuestos para cada unidad productiva analizada. Con el objetivo de no sobrestimar o subestimar esta medida dada la heterogeneidad de producción al interior de cada tamaño cafetero. También porque no son directamente comparables la eficiencia técnica del pequeño con la de un grande o mediano caficultor, debido a la diferencias en sus condiciones tecnológicas que difieren ampliamente en el cultivo del grano.

En la Figura 5 se observa sesgo negativo, implicando que la mayor parte de los caficultores están ubicados por encima del promedio (72%) y debajo del 80% de *ET*. Esto, indica ineficiencia técnica en términos generales para el sector cafetero en la zona de estudio colombiana; únicamente entre 50 y 80 productores son eficientes técnicamente por alcanzar el 100% de *ET*.

## CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

De acuerdo con el objetivo planteado y los resultados en la sección anterior, obtenidos

mediante frontera estocástica, finalmente se presentan las principales conclusiones y sugerencias del caso para pequeños, medianos y grandes productores de café ubicados en la zona cafetera colombiana (Caldas, Quindío y Risaralda). Así, el presente estudio determinó la función de producción cafetera, economías a escala y eficiencia técnica por tipo de productor.

En este sentido y con información estadística microeconómica sobre el cultivo, la cual fue recolectada en el año 2004 en 999 fincas cafeteras, pudo establecerse una función de producción cafetera flexible Translog Minflex Laurent para pequeños, medianos, grandes y sector general de cultivadores del grano. Determinada mediante frontera estocástica, empleando los resultados del criterio Akaike en las estimaciones de máxima verosimilitud y mínimos cuadrados ordinarios, una vez estimadas las distintas funciones de producción cafeteras convencionales y flexibles en el Cuadro 1.

Dado que la metodología de frontera estocástica previamente exige una función de producción adecuada o correctamente especificada para evaluar y estimar las economías a escala y eficiencia técnica en una determinada actividad (en este caso el cultivo de café). Porque el parámetro de eficiencia ( $\gamma$ ) y estimadores del modelo son susceptibles a la forma funcional, como se apreció en los Cuadros 3, 5, 7 y 9.

Adicionalmente y de acuerdo con Greene (2002, pág. 104) es incorrecto en funciones como la Translogarítmica Minflex Laurent analizar la relevancia de los estimadores,

---

interpretar sus resultados directamente e inferir algún tipo de afirmación sobre si el comportamiento e intensidad de los insumos cafeteros son complementarios, sustitutos o exhiben productividad marginal decreciente según los signos (negativos o positivos) parciales de los parámetros en los términos cuadráticos e interacciones del modelo estimado.

Razón por la cual, deben calcularse las elasticidades y economías a escala derivadas de la función ajustada (Translogarítmica Minflex Laurent) y como fueron presentadas en los Cuadros 2, 4, 6 y 8. Con el fin de entender apropiadamente la incidencia de los principales insumos empleados (tierra, trabajo, fertilizantes y maquinaria) sobre la producción del grano y su rendimiento por unidad productiva cafetera.

Con los valores encontrados de las elasticidades y economías a escala puede concluirse que el factor tierra es el insumo más importante para desarrollar la actividad ejercida por los pequeños cultivadores, seguido por la intensidad de fertilizantes y maquinaria. Mientras la cantidad de trabajo aunque es relevante mantiene una relación inversa con su producción, dado que este grupo genera gran parte de mano de obra consumida en las explotaciones cafeteras campesinas y empresariales, y sus hectáreas cultivadas son de poca extensión; razón que no les obliga a demandar jornaleros y es substituido por el trabajo propio de los minifundistas propietarios.

Igualmente, este grupo de caficultores exhibe rendimientos crecientes a escala en su actividad productiva aunque son ineficientes técnicamente. Así, el cultivo del grano para ellos

es afectado negativamente por la ineficiencia aleatoria y técnica, con 20% en promedio por mejorar en esta última. Indicando que no están asignando y empleando adecuadamente los principales insumos área productiva en café, mano de obra, cantidad de químicos y maquinaria; las cuales pueden controlar para no incurrir en costos más altos de producción, baja productividad y competitividad en el sector. Lo anterior, también sucede en las explotaciones cafeteras campesinas o medianas y sector general, pero con un 30% promedio de eficiencia técnica a mejorar.

Caso contrario, ocurre en las grandes o empresariales unidades cafeteras, las cuales exhiben rendimientos decrecientes a escala y son eficientes técnicamente aunque no estocásticamente. Esta última, señala existencia de factores externos no controlables por los pequeños, medianos y terratenientes cafeteros que afectan el desempeño adecuado de su producción.

Entre estos, pueden resaltarse los factores climáticos, control de plagas en fincas vecinas, medidas institucionales (adoptadas del gobierno, la Federación Nacional de Cafeteros en Colombia y organismos internacionales de café) e incertidumbre de la producción internacional de café y volatilidad de los precios externos del grano. También los resultados señalaron que la cantidad de mano de obra es el factor más importante para las explotaciones empresariales.

Dado que este grupo necesita la mayor proporción laboral ofrecida en el sector porque su gran extensión en las hectáreas cultivadas de café obliga a demandar el trabajo requeri-

---

do para atender la producción. Misma razón por la cual el factor tierra no es significativo para ellos y resta importancia en el análisis de su actividad. Por consiguiente, los resultados obtenidos en el presente estudio ayudan a entender cuáles deberían ser las políticas orientadas al aumento de productividad y competitividad del cultivo en la región cafetera de Colombia.

De esta forma, las instituciones encargadas de prestar asesoría de eficiencia técnica a los productores de café en Colombia deben fortalecerse y apoyar principalmente a los pequeños y medianos productores. Debido a que estos grupos son la mayor parte de caficultores del país y son los sectores más vulnerables a cambios estructurales del mer-

cado internacional por la ineficiencia técnica y estocástica presentada en su actividad.

Para los pequeños y medianos caficultores se requiere incentivar el acceso a tierras productivas en café y en las empresariales desincentivar el uso de químicos y promover la mano de obra. Los resultados encontrados son importantes en términos de formulación de políticas cafeteras en Colombia. Así, si las entidades encargadas de orientarlas en el país pueden continuar recolectando este tipo de información a nivel microeconómico, en el tiempo por unidad de producción y continuar con este tipo de estudios bajo distintas metodologías analíticas que conlleven a deducciones cuantitativas para implementar y fortalecer la política cafetera colombiana.

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aigner, D., Lovell, C., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production model. *Journal of Econometrics*, 6, 21-37.
- Banco Mundial. (2002). Estudio del sector cafetero en Colombia (Resumen Ejecutivo). *Ensayos sobre Economía Cafetera, Federación Nacional de Cafeteros*, 18, 27-32.
- Battese, G., & Broca, S. (1991). Functional forms of stochastic frontier production functions and models for technical inefficiency effects: a comparative study for wheat farmers in Pakistan. *Journal of Productivity Analysis*, 8, 395-414.
- Battese, G., & Coelli, T. (1988). Prediction of firm-level technical efficiencies with generalized frontier production function and panel data. *Journal of Econometrics*, 38 (3), 387-399.
- Behr, A., & Tente, S. (2008). *Stochastic frontier analysis by means of maximum likelihood and the method of moments*. Banking and Financial Studies, Deutsche Bundesbank Eurosystem.
- Cardenas, G., Vedenov, D., & Houston, J. (2005). *Analysis of production efficiency of Mexican coffee-producing districts*. American Agricultural Economics Association.
- Chiang, A. (1984). *Fundamental methods of mathematical economics* (3rd edition ed.). New York: McGraw Hill.
- Coelli, T. (1995). Estimators and hypothesis test for a stochastic frontier function: a Monte Carlo analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 6 (4), 246-255.
- Coelli, T., & Fleming, E. (2003). *Diversification economies and specialization efficiencies in a mixed food and coffee smallholder farming system in Papua New Guinea*. Australia: University of Queensland and University of New England.
- Comisión de Ajuste de la Institucionalidad Cafetera. (2002). Resumen Ejecutivo. *Ensayos sobre Economía Cafetera, Federación Nacional de Cafeteros*, 18, 15-25.
- Diewert, W. (1974). Application of duality theory. En M. Intriligator, & D. Kendrick (Edits.), *Frontier Quantitative Economics* (2nd edition ed.). Amsterdam: North Holland.
- Donnell, C., & Griffiths, W. (2006). Estimating state-contingent production frontiers. *American Journal of Agricultural Economics*, 88 (1), 249-266.
- García, J., & Ramírez, J. (2002). Sostenibilidad económica de las pequeñas explotaciones cafeteras colombianas. *Ensayos sobre Economía Cafetera, Federación Nacional de Cafeteros*, 18, 73-89.
- Greene, W. (1998). *Análisis econométrico* (3ra edición ed.). New York: Prentice Hall.
- Greene, W. (2002). *Econometric Analysis* (5th Edition ed.). New York: Prentice Hall.
- Guhl, A. (2004). Café y cambio de paisaje en la zona cafetera colombiana. *Ensayos sobre Economía Cafetera, Federación Nacional de Cafeteros*, 20, 137-153.
- Joachim, B., Kalilou, S., Ibrahim, D., & Gwendoline, N. (2003). Factors affecting technical efficiency among coffee farmers in Côte d'Ivoire: evidence from the centre west region. *African Development Review*, 15, 1-66.
- Konstantinos, G., Kien, T., & Vangelis, T. (2003). On the choice of functional form in stochastic frontier modeling. *Empirical Economics*, 28, 75-100.
-

- 
- Kumbhakar, S. (1993). Short-run returns to scale, farm-size, and economic efficiency. *Journal Review of Economics and Statistics*, 75, 336-341.
- Lohr, L., & Park, T. (2006). Technical efficiency of U.S. organic farmers: the complementary roles of soil management techniques and farm experience. *Agricultural and Resource Economic Review*, 35, 327-338.
- Meesen, W., & Van den Broeck, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economics Review*, 18, 435-444.
- Mendieta, J., & Perdomo, J. (2008). *Fundamentos de economía del transporte: teoría, metodología y análisis de política* (Primera Edición ed.). Bogotá, Colombia: Ediciones Uniandes.
- Mosheim, R. (2002). Organizational type and efficiency in the Costa Rican coffee processing sector. *Journal of Comparative Economics*, 30, 296-316.
- Nicholson, W. (2002). *Microeconomic Theory* (8<sup>th</sup> edition ed.). USA: Southwestern Thomson Learning.
- Ornelas, F., Shumway, R., & Ozuna, T. (1994). Using quadratic Box-Cox for flexible functional form selection and unconditional variance computation. *Empirical Economics*, 19, 639-645.
- Perdomo, J. (2011). A methodological proposal to estimate changes of residential property value: case study developed in Bogota. *Applied Econometrics Letters*, 18 (7), 605-610.
- Perdomo, J. (2006). *Estimación de funciones de producción y eficiencia técnica en el eje cafetero colombiano: una aplicación con fronteras estocásticas vs. DEA*. M.Sc diss Facultad de Economía: Universidad de Los Andes.
- Perdomo, J. (2010). Una propuesta metodológica para estimar los cambios sobre el valor de la propiedad: estudio de caso para Bogotá aplicando Propensity Score Matching y Precios Hedónicos Espaciales. *Lectura de Economía*, 73, 49-65.
- Perdomo, J., & Hueth, D. (2010). *Funciones de producción y eficiencia técnica en el eje cafetero colombiano: una aproximación con frontera estocástica*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Perdomo, J., & Mendieta, J. (2007). Factores que afectan la eficiencia técnica y asignativa en el sector cafetero colombiano: una aplicación con análisis envolvente de datos. *Revista Desarrollo y Sociedad, Centro de Estudios Sobre Desarrollo Económico*, 60, 1-45.
- Perdomo, J., Hueth, D., & Mendieta, J. (2007). Factores que afectan la eficiencia técnica en el sector cafetero colombiano: una aplicación con análisis envolvente de datos. *Ensayos sobre Economía Cafetera, Federación Nacional de Cafeteros*, 22, 121-140.
- Reinhard, S., Lovell, K., & Thijssen, G. (1999). Econometric estimation of technical and environmental efficiency: an application to Dutch dairy farms. *American Journal in Agriculture*, 81, 44-60.
- Ríos, A., & Shively, G. (2005). *Farm size and nonparametric efficiency measurements for coffee farms in Vietnam*. American Agricultural Economics Association.
- Rosales, R., Perdomo, J., Morales, C., & Urrego, A. (2010). *Fundamentos de econometría intermedia: teoría y aplicaciones*. Bogotá: Universidad de Los Andes.
- Saravia, S. (2007). *A stochastic frontier model of the Nicaraguan coffee sector: analyzing efficiency and performance under changing political environ-*
-

ments. Athens, Greece: II International Symposium on Economic Theory, Policy and Application.

Thanda, K., & Matthias, v. O. (1999). *Stochastic frontier production function and technical efficiency estimation: a case study on irrigated rice in Myanmar*. Berlin: Deutscher Tropentag.

Wollni, M. (2007). *Productive and efficiency of speciality and conventional coffee farmers in Costa Rica: accounting for the use of different technologies and self-selection*. Department of Applied Economics and Management Cornell University.

### Anexo. Varianza de los estimadores mediante máxima verosimilitud en la frontera estocástica

De acuerdo con Behr y Tente (2008, págs. 19-20), Greene (2002, pág. 104), Greene (1998, págs. 411-412;420-421), la ecuación (2) y características del componente estocástico ( $\eta_i = v_i + u_i$ ) la varianza de los estimadores mediante máxima verosimilitud en la frontera estocástica está determinada por las condiciones de primer orden en el logaritmo de la función de verosimilitud (Lnf) de la siguiente manera:

$$Lnf(\sigma_s^2, \hat{\beta}) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma_s^2) + \sum_{i=1}^n \ln[1 - \varphi(z_i)] - \frac{n}{2\sigma_s^2} \sum_{i=1}^n [q_i - f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta})]^2$$

$$\frac{\partial Lnf(\sigma_s^2, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} = -\frac{n}{\sigma_s^2} \sum_{i=1}^n [q_i - f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta})] x_i + \frac{\gamma}{\sigma_s} \sum \left( \frac{\Phi^*}{1 - \varphi(z)} \right) x_i, i^* = \ln[1 - \varphi(z)]$$

$$\frac{\partial Lnf(\sigma_s^2, \hat{\beta})}{\partial \sigma_s^2} = -\frac{n}{\sigma_s^2} + \frac{1}{2\sigma_s^4} \sum_{i=1}^n [q_i - f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta})]^2 + \frac{1}{2\sigma_s^3} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\Phi^*}{1 - \varphi(z)} \right) [q_i - f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta})]$$

$$\frac{\partial Lnf(\sigma_s^2, \hat{\beta})}{\partial \gamma} = -\frac{1}{\sigma_s} + \frac{1}{2\sigma_s^2} \sum \left( \frac{\Phi^*}{1 - \varphi(z)} \right) [q_i - f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \hat{\beta})]$$

Por consiguiente, la matriz W contiene las condiciones de primer orden y la matriz de varianza y covarianza de los estimadores de máxima verosimilitud (Var( $\hat{\beta}$ )) se estima consistentemente como:

$$W = \frac{\partial Lnf(\sigma_s^2, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \text{Var}[\hat{\beta}] = (\hat{W}'\hat{W})'$$

$$\frac{\partial Lnf(\sigma_s^2, \hat{\beta})}{\partial \sigma_s^2}$$

$$\frac{\partial Lnf(\sigma_s^2, \hat{\beta})}{\partial \gamma}$$